

"Если чертеж является языком техники, то начертательная геометрия служит грамматикой этого языка, так как она учит нас правильно читать чужие и излагать свои собственные мысли."

Профессор В.И. Курдюмов (1853–1904), автор классического учебника по начертательной геометрии



СПЕЦИАЛЬНОСТЬ "АРХИТЕКТУРА"

Редакционная коллегия:

АУРОВ В.В. (ответственный секретарь)
БУГА П.Г.
ДЕМИДОВ С.В.
ДЫХОВИЧНЫЙ Ю.А.
КАСАТКИН В.А.
КУДРЯВЦЕВ А.П. (главный редактор)
ЛЕЖАВА И.Г.
ОРЕХОВА Н.И.
ПЛАТОНОВ Ю.П.
РОЖИН И.Е.
РЯБУШИН А.В.
СТЕПАНОВ А.В. (зам. главного редактора)
ЯРГИНА З.Н.
ЯГУПОВ В.А.

СРЕДНЕЕ
ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ
ОБРАЗОВАНИЕ

Ю.И. КОРОЕВ

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Рекомендовано
Экспертным советом УМО в системе ВО и СПО
в качестве **учебника**
для группы направлений бакалавриата «Архитектура»

Третье издание, стереотипное

*Рекомендовано для освоения профессий
из списка ТОП-50 наиболее востребованных на рынке труда,
новых и перспективных профессий*



КНОРУС • МОСКВА • 2023

УДК 514.18(075.32)
ББК 22.151.3я723
К68

Короев, Юрий Ильич.

К68 Начертательная геометрия : учебник / Ю.И. Короев. — 3-е изд., стер. — Москва : КНОРУС, 2023. — 422 с. — (Среднее профессиональное образование).

ISBN 978-5-406-11229-8

Изложены теоретические основы и практическое приложение методов изображений, которые применяются в архитектурном проектировании: ортогональные проекции, аксонометрия, перспектива и приемы построения теней в этих проекциях. Содержит вопросы для самопроверки и задачи с примерами решений.

Соответствует ФГОС СПО последнего поколения.

Рекомендовано для освоения профессий из списка ТОП-50 наиболее востребованных на рынке труда, новых и перспективных профессий.

Для студентов архитектурных направлений подготовки.

**УДК 514.18(075.32)
ББК 22.151.3я723**

Короев Юрий Ильич

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Изд. № 671391. Формат 60×90/16. Гарнитура «TimesNewRoman».

Усл. печ. л. 35,1. Уч.-изд. л. 36,26. Тираж 500 экз.

ООО «Издательство «КноРус».

117218, г. Москва, ул. Кедрова, д. 14, корп. 2.

Тел.: +7 (495) 741-46-28.

E-mail: welcome@knorus.ru www.knorus.ru

Отпечатано в АО «Т8 Издательские Технологии».

109316, г. Москва, Волгоградский проспект, д. 42, корп. 5.

Тел.: +7 (495) 221-89-80..

ISBN 978-5-406-11229-8

© Короев Ю.И., 2023
© ООО «Издательство «КноРус», 2023

ПРЕДИСЛОВИЕ КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

Второе издание учебника существенно отличается от первого. Важным нововведением является объединение учебника со сборником задач аналогичной структуры, в котором помимо методических указаний и вопросов для самопроверки, даются ссылки на соответствующие места учебника. Этот своеобразный учебно-методический комплекс должен способствовать планомерному и активному закреплению материала учебника.

В настоящем издании больше внимания уделяется геометрическому формообразованию и применению в архитектурной практике каркасных поверхностей нерегулярного вида, поверхностей вантовых и тентовых покрытий, а также пневматических сооружений. Сделаны дополнения к некоторым разделам учебника.

Содержание учебника вместе с практической его частью соответствует программе курса начертательной геометрии для архитектурных специальностей.

В учебник включены все пять разделов курса, предусмотренных программой: ортогональные проекции, тени в ортогональных проекциях, аксонометрия, перспектива и проекции с числовыми отметками. При написании учебника учтен большой опыт разработки научно-методических основ преподавания курса, приобретенный кафедрой начертательной геометрии МАрхИ. На основе обобщения этого опыта и систематизации учебного материала проведено некоторое сокращение объема книги по сравнению с другими изданиями. Вместе с тем в соответствии с новой программой курса материал учебника дополнен новыми темами.

В первой части учебника большое внимание уделяется геометрическому конструированию и применению в архитектурной практике различных кривых поверхностей, поверхностей-оболочек и висячих покрытий, а также многогранных структур. Даются общие понятия о кривизне поверхностей.

Вторая часть учебника дополнена способом построения линий равной освещенности (изофот), что должно способствовать устранению некоторого разрыва между построением контуров теней и передачей градиентов освещенности на всей изображаемой поверхности.

В третьей части помимо построения изображений в стандартных аксонометрических проекциях излагается способ построения аксонометрии по выбранному направлению проецирования.

Четвертая часть "Перспектива" дополнена изложением способа реконструкции в ортогональные проекции перспективы и архитектурных фотоснимков на наклонной плоскости и способа перспективного фотомонтажа. Эти темы имеют особое значение для студентов, обучающихся по специализации "Реставрация памятников архитектуры". Кроме того, излагается способ построения широкоугольных архитектурных перспектив, который необходим прежде всего студентам, обучающимся по специализации "Архитектура интерьера".

В пятой части даются некоторые сведения по построению и изображению элементов вертикальной планировки городских территорий.

Поскольку при освоении студентами курса архитектурной графики и изучении дисциплин "Основы архитектурного проектирования" и "История архитектуры" используются фрагменты классических архитектурных форм, некоторая часть материала в учебнике представлена на аналогичных формах.

Учитывая широкое внедрение ЭВМ и автоматизированных средств графического отображения в архитектурное проектирование, в первом и четвертом разделах учебника даны краткие сведения о приемах кодирования и геометрического преобразования графической информации о кривых поверхностях для ввода в ЭВМ, а также излагаются

геометрические основы автоматизированного построения перспективных изображений.

Первая часть "Ортогональные проекции" является основой для изучения последующих частей, так как в ней кроме специфического материала изложены общие понятия, не зависящие от вида проекционных отображений.

Каждая глава учебника начинается с теоретических положений, затем изучаются геометрические приемы решения прикладных задач, а завершается глава разбором примеров из архитектурной практики.

Для более детального ознакомления с некоторыми теоретическими положениями в учебнике даны ссылки на источники, которые приведены в списке литературы. В приложении приводятся учебные студенческие работы, иллюстрирующие отдельные положения, содержащиеся в учебнике.

В основу учебника положены лекции, прочитанные автором в Московском архитектурном институте.

В учебнике использован отечественный опыт в области создания учебной литературы для архитектурной специальности.

При написании первого раздела учебника использован опыт изложения современных понятий о геометрических преобразованиях и приложениях теории к решению прикладных задач, содержащихся в учебниках для строительных специальностей профессоров Н. Л. Русскевича, И. Г. Веницкого и под редакцией профессора Н. Н. Крылова, а также в работах профессора В. Е. Михайленко.

Автор приносит искреннюю благодарность проф. В. Е. Михайленко и проф. Н. Н. Крылову за сделанные замечания и советы, которые способствовали улучшению содержания учебника. Автор благодарит также своих коллег — доц. Ю. Н. Орса и старшего преподавателя П. Л. Виноградова за помощь в оформлении иллюстраций.

ВВЕДЕНИЕ

Предмет начертательной геометрии. Начертательная геометрия — раздел геометрии, в котором изучаются различные методы изображения пространственных форм на плоскости. Она является одной из основных дисциплин в профессиональной подготовке архитектора.

Важнейшее прикладное значение этой дисциплины состоит в том, что она учит владеть графическим языком архитектора — чертежом, учит выполнять и читать чертежи и другие изображения архитектурных проектов. Невозможно достаточно полно и детально представить себе предмет даже по самому подробному его описанию, однако это легко сделать, имея навыки в чтении проекционных чертежей объекта и пользуясь его наглядными изображениями.

Изучение начертательной геометрии способствует развитию пространственного воображения и умению мысленно создавать представления о форме и размерах объекта по его изображению на плоскости. Выполнение изображений представляет собой необходимую составную часть творческого процесса архитектурного проектирования. Изображение служит важнейшим средством, с помощью которого конкретизируется архитектурный замысел проектируемого объекта.

Принципиальное отличие методов изображения, изучаемых в курсе начертательной геометрии, от всех современных технических средств отображения (фотографии, киносъемки, голографии и др.), заключается в возможности с большой наглядностью и метрической достоверностью отобразить не только существующие предметы, но и возникающие в нашем представлении образы проектируемого объекта.

Процесс архитектурного проектирования сопровождается графической фиксацией проектируемого объекта на всех стадиях проектирования, начиная с эскизных набросков и проекционных чертежей и кончая разработкой рабо-

чих чертежей, предназначенных для строительства. Детально разработанный проект позволяет осуществить строительство в точном соответствии с зафиксированным в чертежах замыслом.

Итак, в курсе начертательной геометрии изучаются: 1) методы изображения пространственных форм на плоскости; 2) способы графического решения различных геометрических задач, связанных с оригиналом; 3) основные принципы геометрического формообразования поверхностей; 4) приемы увеличения наглядности и визуальной достоверности изображений проектируемого объекта.

Развитие начертательной геометрии (краткий исторический обзор). Рисунки пространственных форм в виде однопроекционных изображений на плоскости восходят к глубокой древности, ко времени сооружения храмов Египта и Ассирии.

В античный период появляются сведения о проекционных изображениях и перспективе. Один из наиболее древних, дошедших до нас письменных источников — трактат римского архитектора Витрувия (I в. до н.э.) "Десять книг об архитектуре". В нем упоминается о несохранившемся сочинении великого греческого геометра Эвклида (III в. до н.э.), в котором излагались правила составления планов и фасадов (без проекционной связи между ними). По свидетельству Витрувия, строительству здания предшествует составление проекта, состоящего из плана и фасада. Он приводит первоначальные сведения, необходимые для построения наглядных изображений, упоминает "центральную проекцию", "главную точку" и "точку зрения".

Средневековье не оставило значительных работ по теории изображений.

В эпоху Возрождения (XIV — XVI вв.) бурное развитие архитектуры, живописи и скульптуры в Италии, Германии, Нидерландах создало условия для теоретической разработки основ пер-

спективы на геометрической основе. Вводится целый ряд основных понятий: центральное проецирование, картинная плоскость, дистанция, главная точка, линия горизонта, дистанционные точки и т. д. Одним из первых, кто с успехом применял перспективу в своих творческих работах, был итальянский архитектор и ученый Филиппо Брунеллески (1377 — 1446). Художественный и профессиональный опыт Брунеллески и других мастеров в области перспективы обобщил и теоретически развил в своих трактатах "О живописи" и "О зодчестве" разносторонний ученый и теоретик искусства Леон Баттиста Альберти (1404 — 1472). Им предложен способ построения перспективы с помощью сетки. В трактате по перспективе гениального художника, ученого и инженера Леонардо да Винчи (1452 — 1519) не только приводятся примеры применения перспективных изображений, но и содержатся сведения о воздушной перспективе и теории светотени. Большой вклад в теорию перспективы внес выдающийся немецкий живописец, гравер и архитектор Альбрехт Дюрер (1471 — 1528). В его трактате излагается способ построения перспективы по плану и фасаду, так называемый способ следа луча. Им сделана попытка теоретически обосновать способ ортогонального проецирования на две взаимно перпендикулярные плоскости проекций. Наиболее подробное изложение основных положений перспективы содержится в "Шести книгах по перспективе" итальянского ученого Гвидо Убальди (1545 — 1607).

В XVII столетии появляется сочинение французского архитектора и математика Дезарга (1593 — 1662) "Общий метод изображения предметов в перспективе". В этом сочинении излагаются положения, которые стали основными в проективной геометрии, а также впервые применяется для построения перспективы способ координат.

До конца XVIII в. продолжается

применение отдельных методов изображений, разрабатывается метод проекций с числовыми отметками, совершенствуется способ наглядного аксонометрического изображения. Однако различные приемы и способы изображений носили разрозненный характер.

В становлении начертательной геометрии как науки выдающуюся роль сыграл французский ученый, геометр и общественный деятель Гаспар Монж (1746 — 1818), который свел в единую систему и теоретически обобщил весь материал по теории и практике изображений пространственных форм на плоскости. Он основал систему ортогонального проецирования на две плоскости проекции, получившую широкое применение в архитектуре и технике, и поэтому по праву считается основателем начертательной геометрии как научной дисциплины.

В Древней Руси уже были известны проекционные способы изображений. Об этом свидетельствует изучение иллюстраций к летописям, а также старинных документов и рисунков, применявшихся при создании планов угодий и городов. Дошедшие до нас изображения Пскова (1581) и план Московского Кремля (1606) представляют собой "вольную перспективу", близкую к фронтальной аксонометрической проекции.

В течение XVIII столетия архитектурные, судостроительные и другие технические чертежи выполнялись в прямоугольных проекциях. Примерами правильно построенных проекционных чертежей могут служить изображение "Молотовой фабрики" (1741), выполненное Р. Санниковым, изображение рудника медеплавильного завода (1760) И. Поспелова, чертежи знаменитого русского изобретателя И. П. Кулибина (1735 — 1818).

Чертежи выдающегося зодчего Д. В. Ухтомского (1719 — 1774) были выполнены в точной проекционной связи ортогональных проекций — плана и фасада, т. е. задолго до появления работ

Г. Монжа. Архитектурные проекты В. И. Баженова, М. Ф. Казакова, И. Е. Старова свидетельствуют о том, что в России второй половины XVIII в. архитекторы свободно владели ортогональными и аксонометрическими проекциями.

Впервые курс начертательной геометрии начал читаться в Петербургском институте (корпусе) инженеров путей сообщения в 1810 г. учеником Г. Монжа французским инженером К. И. Потье. Позднее курс начертательной геометрии, изданный Потье, был переведен на русский язык Я. А. Севастьяновым. В 1821 г. был издан оригинальный труд проф. Я. А. Севастьянова "Основания начертательной геометрии". Он выгодно отличается от курса Потье не только терминологией, которая сохранилась до настоящего времени, но и обстоятельным изложением теоретических вопросов. Построение курса, предложенное Я. А. Севастьяновым, оставалось неизменным вплоть до выхода в свет в 1870 г. полного курса начертательной геометрии проф. Н. И. Макарова. В 1883 г. вышел его подробный курс "Перспектива" с большим числом практических примеров.

Классическим учебником является "Курс начертательной геометрии" (1895) проф. В. И. Курдюмова. Помимо этого курса им написан ряд трудов, в которых содержатся систематические сведения по всем видам изображений.

Значительными успехами начертательная геометрия обязана трудам замечательных советских ученых Н. Ф. Четверухина, М. Я. Громова, С. М. Колотова, Д. И. Каргина, И. И. Котова. В вузах страны были организованы специальные кафедры, созданы научно-методические советы и специализированные советы по защите диссертаций.

Обширную литературу по начертательной геометрии создал известный русский ученый проф. Н. А. Рынин (1887 — 1943). Особое значение имеет его труд "Перспектива" (1918), ставший

самым полным изложением этой части курса начертательной геометрии и содержащий подробный анализ различных прикладных вопросов перспективы. Его учебник "Начертательная геометрия" для строительных вузов выдержал четыре издания.

Значительный вклад в создание курса начертательной геометрии для архитектурно-строительных специальностей вузов сделал проф. А. И. Добряков (1895 — 1947). Он автор капитального "Курса начертательной геометрии" (1942), а также сборника задач к нему, которые на протяжении двух десятков лет были основным учебным комплексом. Определенный вклад в расширение круга прикладных вопросов, излагаемых в курсе начертательной геометрии, внесла доц. Е. С. Тимрот в учебном пособии "Начертательная геометрия" (1962). В нем уделено значительное место геометрическому конструированию многогранных и кривых поверхностей. Наиболее полный по составу комплекс учебной литературы — учебник (1973), учебное пособие и сборник задач — был создан проф. А. Г. Климухиным.

В настоящее время большую научную и педагогическую работу ведут многие коллективы кафедр, руководимые видными учеными, которые вносят большой вклад в углубление отдельных направлений начертательной геометрии.

Сущность метода проекций. Одно из основных геометрических понятий — *отображение множеств*. В начертательной геометрии каждой точке трехмерного пространства ставится в соответствие определенная точка двумерного пространства — плоскости. Геометрическими элементами отображения служат точки, линии, поверхности пространства. Геометрическое пространство как точечное множество отображается на плоскость по закону *проецирования*. Результатом такого отображения является изображение объекта.

Различные способы изображения пространственных форм на плоскости, которые применяют при составлении чертежей и построении наглядных изображений, основаны на методе проекций. Сущность этого метода следующая.

В пространстве выбирают точку S — *центр проецирования* и *плоскость проекций* K , не совпадающую с точкой S (рис. 1, а). Проецирование¹, т. е. получение изображения объекта, заключается в проведении через центр проекций S и каждую точку $A, B, C, \dots$ изображаемого объекта прямых линий (лучей), называемых *проецирующими прямыми*. Множество прямых, проходящих через одну точку пространства, называют *связкой прямых*. Совокупность точек пересечения этих прямых с плоскостью проекций даст изображение (проекцию), которое называют *центральной проекцией объекта*.

Центральное проецирование есть наиболее общий случай проецирования геометрических форм на плоскости. Основными и неизменными его свойствами (инвариантами) являются следующие: 1) проекция точки — точка; 2) проекция прямой — прямая; 3) если точка принадлежит прямой, то проекция этой точки принадлежит проекции прямой.

Частный случай центрального проецирования — *параллельное проецирование*, когда центр проецирования удален в бесконечность, при этом проецирующие прямые становятся параллельными между собой. Положение проецирующих прямых относительно плоскости проекций определяется *направлением проецирования* S (рис. 1, б). В этом случае полученное изображение называют *параллельной проекцией предмета*.

Параллельные проекции подразделяются на *прямоугольные*, когда проецирующие прямые перпендикулярны плоскости проекций, и *косоугольные*,

когда направление проецирования образует с плоскостью проекций угол, не равный прямому.

При построении проекций объекта не обязательно проецировать все его точки. Достаточно построить проекции некоторых опорных, характерных точек, которые однозначно определяют форму предмета на изображении. Так, для построения проекции треугольника (см. рис. 1) следует построить проекции трех его вершин.

При параллельном проецировании сохраняются свойства центрального проецирования и добавляются следующие: 4) проекции параллельных прямых параллельны между собой; 5) отношение отрезков прямой равно отношению их проекций; 6) отношение отрезков двух параллельных прямых равно отношению их проекций.

Рассмотрим специфические особенности основных видов проекционных изображений.

На рис. 2 даны три изображения параллелепипеда, построенные различными способами проецирования.

Первое изображение (рис. 2, а) выполнено в *центральной проекции* или *перспективе*. Оно обладает наилучшей наглядностью и наиболее верно передает те зрительные впечатления, которые получает наблюдатель, рассматривая предмет в натуре. Перспектива, как и фотография, передает не только общую форму предмета, но и отражает взаимное положение наблюдателя и предмета — поворот и удаление предмета относительно зрителя. Например, вертикальное ребро параллелепипеда, которое расположено ближе к наблюдателю, изобразилось большего размера, чем то, которое расположено дальше. Параллельные горизонтальные прямые изображаются в перспективе линиями, сходящимися в глубину, и т. д.

Однако по перспективному изображению сложно определить истинные размеры и форму предмета. Перспективные изображения внешнего вида здания и внутреннего вида помещений

¹Projectio (лат.) — бросить (вперед)

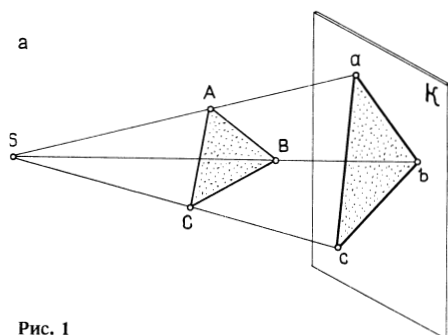


Рис. 1

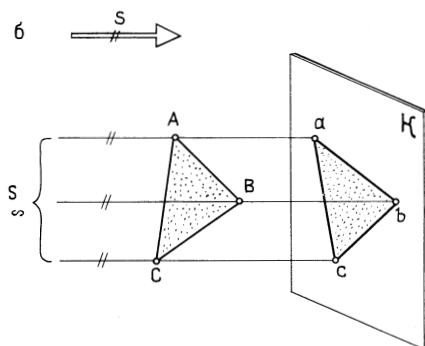
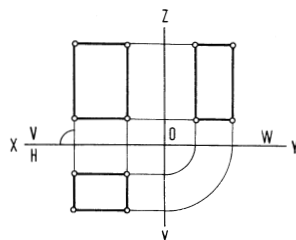
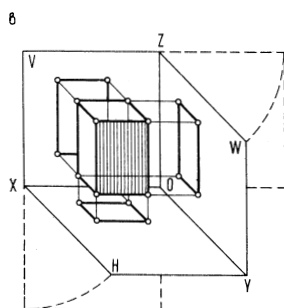
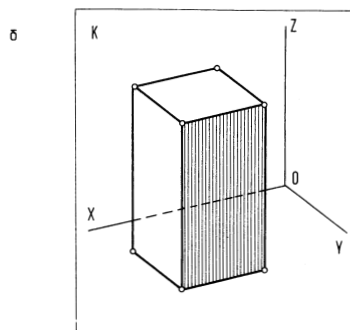
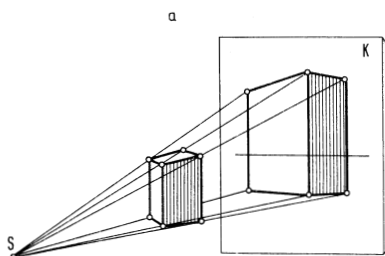


Рис. 2



входят в состав демонстрационных материалов проекта.

Второе изображение (рис. 2, б) выполнено в *параллельной проекции* — *аксонометрии*. Оно не отличается такой наглядностью, как перспектива. Отсутствует перспективное уменьшение удаленных элементов, предмет рассматривается как бы издалека и только

сверху или снизу. В аксонометрии невозможно, например, показать внутренний вид помещения, изобразив одновременно стены, пол и потолок. Вместе с тем аксонометрическое изображение дает представление о форме изображаемого предмета, кроме того, по нему легко определить основные размеры предмета.

АксонOMETрические изображения применяются для более четкого показа сложных пространственных структур, а также конструкций проектируемого сооружения.

Третье изображение (рис. 2, в) также выполнено в параллельной — *прямоугольной* или *ортогональной* проекции. От первых двух изображений оно отличается тем, что предмет проецируется не на одну плоскость проекций, а на две или три плоскости и таким образом, чтобы форма и основные размеры предмета не искажались. Плоскости проекций после проецирования совмещаются в одну.

По ортогональным проекциям легко определить размеры параллелепипеда, так как его грани изображаются в натуральную величину. Изображение в ортогональных проекциях на чертеже не обладает такой наглядностью, как перспективное или аксонометрическое. Чтобы составить представление об изображенном на чертеже предмете, нужно сопоставить две или три его проекции. Однако ортогональные проекции (чертежи) предмета обладают очень важным качеством: при наличии масштаба,

размерных и других данных по чертежам можно воспроизвести изображенные предметы в точном соответствии с проектным замыслом.

Требования, предъявляемые к проекционным изображениям. К проекционным изображениям в начертательной геометрии предъявляются следующие основные требования:

обратимость — восстановление оригинала по его проекционным изображениям (чертежу) — возможность определять форму и размеры объекта, его положение и связь с окружающей средой;

наглядность — изображение (перспектива, аксонометрия) должно создавать пространственное представление о форме предмета и о том, как будет выглядеть предмет в реальных условиях;

точность — графические операции, выполненные на чертеже, должны давать достаточно точные результаты;

простота — изображение должно быть простым по построению и должно допускать однозначное описание объекта в виде последовательности графических операций.

ЧАСТЬ 1

ОРТОГОНАЛЬНЫЕ ПРОЕКЦИИ

Операция проецирования дает возможность построить изображение объекта, т. е. решить прямую задачу. Однако по одной центральной или параллельной проекции объекта невозможно или сложно воспроизвести истинную форму и размеры оригинала. Поэтому чертеж объекта должен быть *обратимым*, а это значит, что каждая точка изображения должна определять единственную точку оригинала. Это условие выполняется ортогональным проецированием объекта на две или три плоскости проекций.

При изучении первых глав учебни-

ка может сложиться впечатление, что излагаемый материал, оперирующий отвлеченными геометрическими элементами — точками, прямыми, плоскостями далек от конкретных архитектурных форм. Однако это заключение ошибочно. Во-первых, с помощью этих элементов и их сочетаний могут быть сформированы самые различные архитектурные объекты и, во-вторых, для лучшего усвоения существа геометрических закономерностей, приемов и способов построения проекций объекты геометрических преобразований должны быть предельно просты.

Глава 1. Точка, прямая линия и плоскость

1. Ортогональная система двух и трех плоскостей проекций

Сущность метода ортогонального проецирования заключается в том, что объект проецируется на две или три взаимно перпендикулярные плоскости проекций проецирующими прямыми, ортогональными (перпендикулярными) этим плоскостям.

Одну из плоскостей проекций H называют *горизонтальной*, вторую — V — *фронтальной*, третью — W — *профильной* (рис. 3, а). Они разделяют пространство на восемь трехгранных углов, называемых *октантами*, которые нумеруются в порядке, указанном на рисунке. Линии пересечения плоскостей проекции называют *осями проекций*, или *координатными осями* и обозначают Ox , Oy и Oz . После проецирования объекта плоскости H , V и W совмещаются в одну плоскость вращением вокруг осей проекций. Полученную систему ортогональных проекций называют *эпюром*¹. Плоскости проекций условно приняты ограниченными и не-

прозрачными, после совмещения их границы не показывают (рис. 3, б).

2. Точка

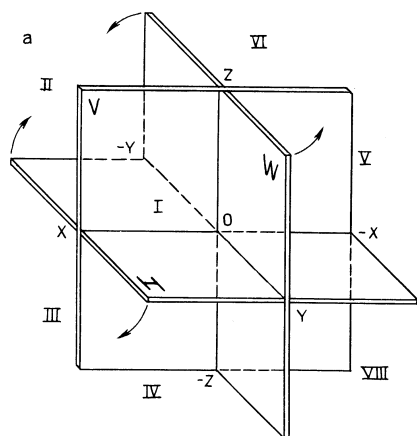
Ортогональной проекцией точки на плоскости проекции называют основание перпендикуляра, опущенного из данной точки на эту плоскость (рис. 4, а). Ортогональные проекции точки A называют: a — горизонтальной проекцией точки A ; a' — фронтальной проекцией; a'' — профильной.

В трехмерном пространстве положение точки определяют с помощью прямоугольных (декартовых) координат x , y и z . Координату x называют *абсциссой*, y — *ординатой*, z — *аппликатой*.

Горизонтальная проекция точки A определяется на эпюре ее координатами x_A и y_A , а фронтальная — координатами x_A и z_A .

Прямые линии, соединяющие проекции точки и перпендикулярные осям проекций, называют *линиями проекционной связи* (рис. 4, б). Таким образом, двумя проекциями точки, что равносильно ее заданию тремя координатами, положение точки в пространстве

¹Épure (франц.) — чертеж.



б

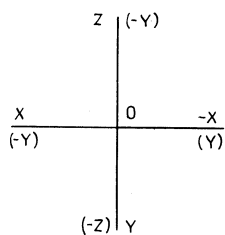
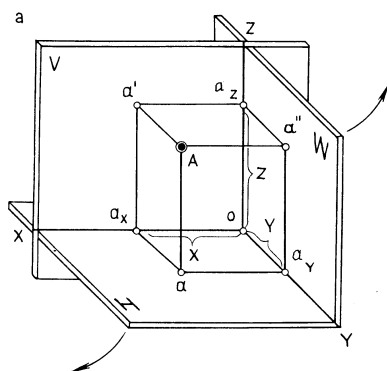
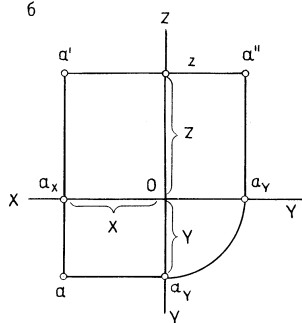


Рис. 3

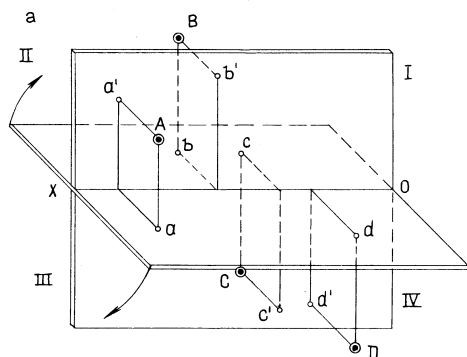
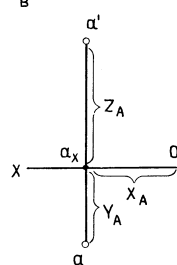
Рис. 4



б



в



б

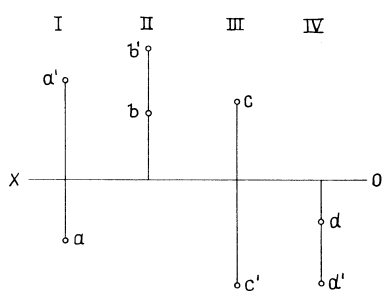


Рис. 5

определяется однозначно (рис. 4, в). Поскольку две проекции точки определяют ее положение в пространстве, то по двум проекциям можно построить третью ее проекцию — профильную. Третья проекция оказывается необходимой в тех случаях, когда проекционный чертеж объекта сложен и требуются дополнительные данные для прочтения формы объекта.

Если профильная плоскость проекций W не используется, плоскости H и V разделяют пространство на четыре двугранных угла — *четверти* (рис. 5, а). Ось проекций разделяет плоскости проекций на две полуплоскости.

Положение проекций точек на эпюре (рис. 5, б) зависит от того, в какой четверти пространства расположена точка. Точка B расположена во второй четверти, ее проекции на эпюре находятся над осью x . Горизонтальная проекция точки C , расположенной в третьей четверти, после совмещения плоскостей окажется над осью, а фронтальная проекция — ниже оси. Обе проекции точки D , расположенной в четвертой четверти находятся ниже оси x . Две проекции точки могут совпадать (во второй и четвертой четвертях) или находиться на одинаковом расстоянии от оси проекций (в первой и третьей четвертях), если их координаты одинаковы.

3. Прямая линия

Положение прямой в пространстве определяется двумя ее точками. Прямая линия на эпюре задается двумя проекциями.

Прямая общего положения. Прямая, не параллельная ни одной из плоскостей проекций, называется прямой *общего положения*. На эпюре (рис. 6) эта прямая задана проекциями двух ее точек A и B . Соединяя прямыми одноименные проекции этих точек, получим проекции отрезка прямой.

Прямые частного положения. В отличие от прямых общего положения

прямые, параллельные или перпендикулярные плоскостям проекций, называются *прямыми частного положения*. Прямые, параллельные плоскости проекций, называют *линиями уровня* (рис. 7, а). Прямая AB , параллельная горизонтальной плоскости проекций, называется *горизонталью*. Она проецируется на эту плоскость проекций в натуральную величину. Аппликаты ее точек (высоты) одинаковы, поэтому фронтальная проекция параллельна оси x .

Прямая CD , параллельная фронтальной плоскости, называется *фронталью* (ординаты ее точек одинаковы), а прямая EF , параллельная профильной плоскости проекции, называется *профильной* прямой. У профильной прямой проекции совпадают с направлением линий связи, поэтому дана профильная ее проекция.

Прямые, перпендикулярные плоскостям проекций, называются *проецирующими* (рис. 7, б). Прямая AB , перпендикулярная фронтальной плоскости проекций, проецируется на эту плоскость в точку и называется *горизонтально проецирующей*. Прямая CD , перпендикулярная профильной плоскости проекций, называется *фронтально проецирующей*. Прямая EF называется *профильно проецирующей*.

Определение длины отрезка прямой. Ортогональные проекции отрезка прямой общего положения всегда меньше длины самого отрезка. Длину отрезка прямой можно определить по двум его проекциям из прямоугольного треугольника abA_0 (рис. 8, а, б), в котором одним катетом является горизонтальная проекция ab отрезка, а другим катетом — разность координат его концов (Δz), взятая из другой проекции. Гипотенуза A_0b прямоугольного треугольника есть длина отрезка. Угол α в этом треугольнике определяет угол наклона прямой к плоскости H . Длину отрезка прямой можно определить аналогичным образом, построив прямоугольный треугольник на фронтальной проекции отрезка (рис. 8, в). Угол β в этом треу-

Рис. 6

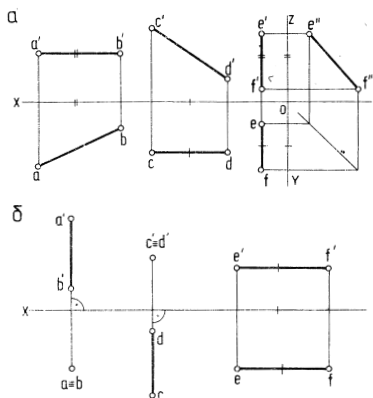
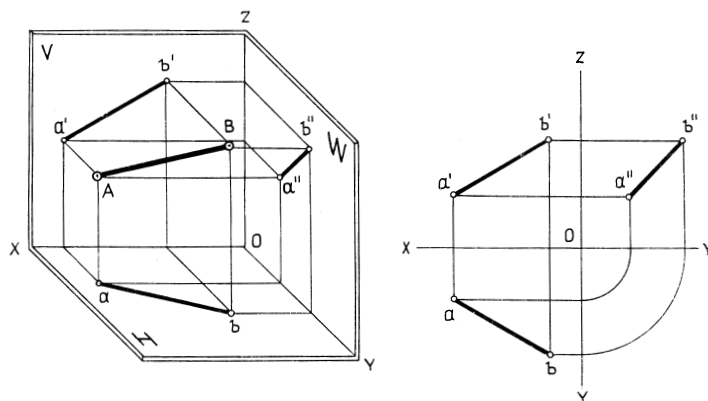


Рис. 7

гольнике определяет наклон прямой AB к плоскости V .

Следы прямой линии. Следы прямой называются точки пересечения прямой с плоскостями проекций (рис. 9, а): $M(m;m')$ — горизонтальный след прямой; $N(n;n')$ — фронтальный след. На рис. 9, б дан эюпр прямой AB , а также горизонтальный и фронтальный следы прямой.

Для определения на эюпуре горизонтального следа прямой необходимо продолжить ее фронтальную проекцию до пересечения с осью Ox и в этой точке восставить перпендикуляр до пересечения с горизонтальной проекцией.

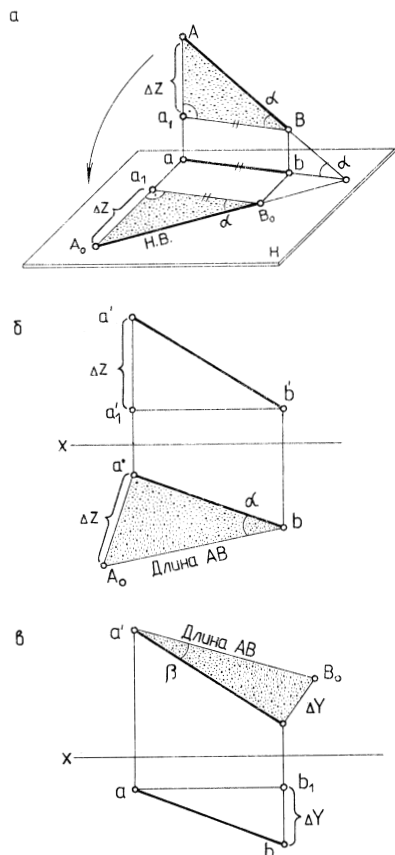


Рис. 8

цией прямой. Фронтальный след прямой определяют аналогичным образом.

Следы прямой строятся как точки пересечения прямой со своими проекциями, поэтому каждый след совпадает со своей одноименной проекцией. Следы прямой являются точками, в которых прямая переходит из одной четверти в другую. Так, прямая AB (рис. 9, а, б) проходит через I, II и IV четверти пространства. Прямая CD (рис. 9, в) — через I, II и III четверти. Видимой частью прямой будет та ее часть, которая расположена в первой четверти.

4. Взаимное положение прямых

Прямые линии в пространстве могут быть параллельными, пересекающимися и скрещивающимися. Они изображаются на эпюре следующим образом.

Параллельные прямые. Одноименные проекции параллельных прямых параллельны (рис. 10). Исключением является случай, когда одноименные горизонтальные и фронтальные проекции профильных прямых параллельны. Для оценки их взаимного положения необходимо обратиться к третьей, профильной проекции.

Пересекающиеся прямые. Одноименные проекции пересекающихся прямых пересекаются, и точки их пересечения находятся на одной линии связи (рис. 11). Если две прямые пересекаются под прямым углом, то в общем случае их проекции образуют угол, не равный 90° . Прямой угол проецируется в истинную величину, если одна из его сторон параллельна плоскости проекций (рис. 12).

Это видно из следующего: прямая AB перпендикулярна плоскости $BbCc$, так как образует прямые углы с прямыми BC по условию и Bb по построению (линия проекционной связи). Но AB параллельна ab , следовательно, угол между прямыми ab и bc — прямой.

Скрещивающиеся прямые. Одноименные проекции скрещивающихся

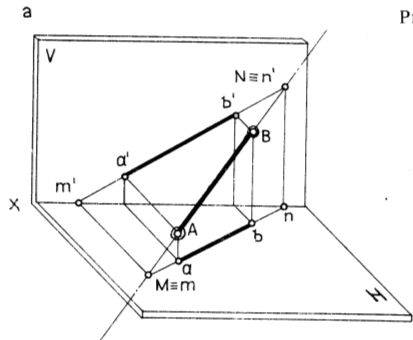
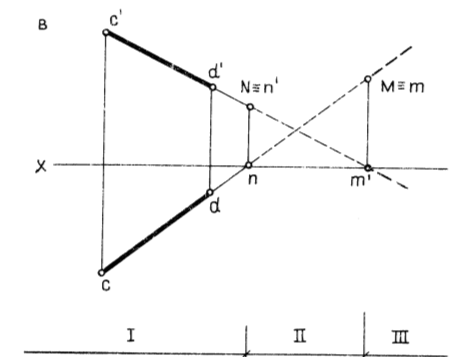
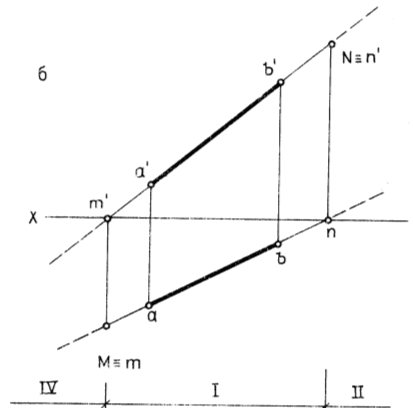


Рис. 9



прямых могут пересекаться, но точки их пересечения не лежат на одной линии связи (рис. 13). Точкам пересечения одноименных проекций скрещивающихся

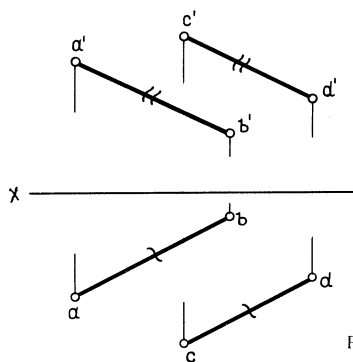


Рис. 10

Рис. 11

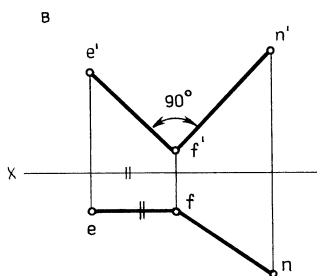
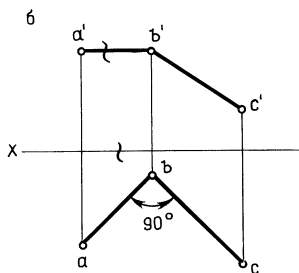
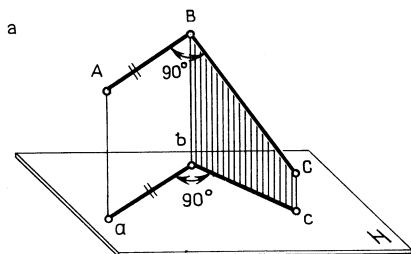
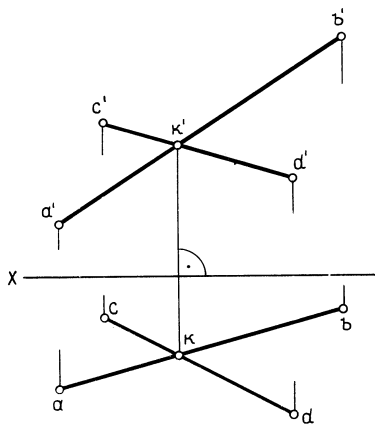
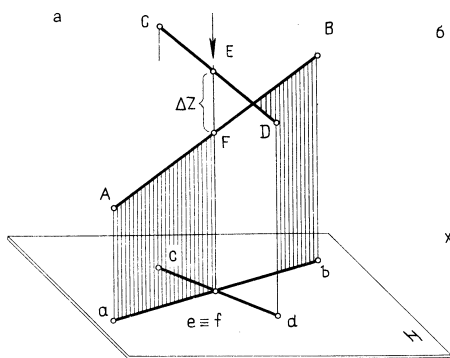
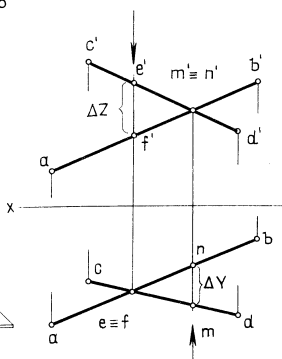


Рис. 12

Рис. 13



6



щихся прямых соответствуют в пространстве две точки: в одном случае — E и F , а в другом — M и N , расположенные на прямых. На эпюре (рис. 13, б) точке пересечения горизонтальных проекций прямых соответствуют две фронтальные проекции точек e' и f' , лежащие на горизонтальной проекции прямой. Аппликата (высота) точки E больше, следовательно, прямая CD в этом месте проходит над прямой AB и будет видимой при взгляде сверху. Две другие, совпадающие на фронтальной проекции точки M и N , имеют разные ординаты. Ордината точки M больше, следовательно, прямая CD в этом месте расположена ближе к зрителю и будет видимой при взгляде спереди.

Точки скрещивающихся прямых, лежащие попарно на проецирующих прямых, называются *конкурирующими*. Таким образом, рассмотрение на эпюре взаиморасположения конкурирующих точек дает возможность определить видимость скрещивающихся прямых, если они, например, являются ребрами многогранника. Видимость того или иного элемента объекта решается при этом для каждой проекции в отдельности.

5. Плоскость

Положение плоскости в пространстве можно определить: тремя точками, не лежащими на одной прямой, прямой и точкой вне ее, двумя параллельными или пересекающимися прямыми, любой плоской фигурой. Вполне очевидно, что каждый последующий вид задания плоскости может быть получен из предыдущего.

Плоскость может быть также задана следами, что удобно при построении теней и перспективы (рис. 14). *Следами плоскости* называются линии пересечения плоскости с плоскостями проекций. В общем случае плоскость имеет три следа: горизонтальный P_H , фронтальный P_V и профильный P_W . Следы плоскости пересекаются попарно на

осях в точках P_x , P_y и P_z , которые называются *точками схода следов* плоскости. Треугольник, образованный следами плоскости, называется *треугольником следов*.

В зависимости от того, какое положение занимают плоскости относительно плоскостей проекций, можно выделить: 1) *плоскости общего положения* — не перпендикулярные и не параллельные плоскостям проекций (см. рис. 14); 2) *плоскости проецирующие* — перпендикулярные плоскостям проекций; 3) *плоскости уровня* — проецирующие плоскости, параллельные плоскостям проекций.

Плоскости уровня и проецирующие плоскости в отличие от плоскости общего положения называются плоскостями *частного положения*.

Плоскости частного положения. На рис. 15, а изображена *горизонтально проецирующая* плоскость, заданная треугольником ABC . Горизонтальная проекция плоскости представляет собой прямую, совпадающую с горизонтальным следом плоскости. Горизонтальные проекции точек и фигур, лежащих в этих плоскостях, совпадают с горизонтальным следом P_H .

Плоскость, перпендикулярная фронтальной плоскости проекций, называется *фронтально проецирующей* (рис. 15, б). Фронтальная проекция треугольника ABC , принадлежащего плоскости Q , совпадает с фронтальным следом. Угол α между плоскостями Q и H проецируется без искажения.

На рис. 16 изображены *плоскости уровня*, параллельные плоскостям проекций: горизонтальная, фронтальная и профильная.

Решение многих задач в начертательной геометрии выполняется без установления метрической связи изображаемого объекта с плоскостями проекций. Поэтому довольно часто нет необходимости в указании на эпюре положения осей проекций, что упрощает проекционные изображения. В этих случаях применяют так называемую

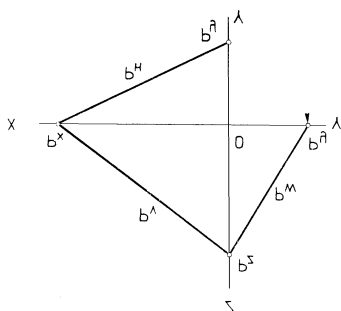
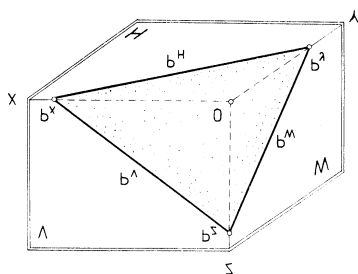


Рис. 14

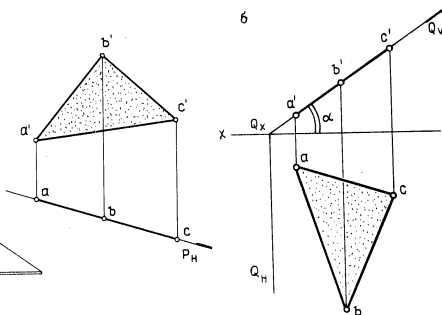
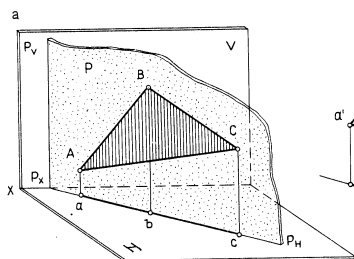


Рис. 15

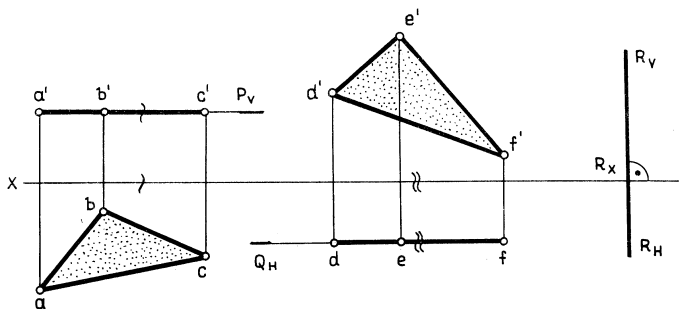


Рис. 16

безосную систему изображения (см. рис. 15, а и далее — рис. 17, б; 18; 19; 22 и др.).

6. Прямые и точки, лежащие в плоскости

Прямая принадлежит плоскости, если две ее точки принадлежат данной плоскости. Прямая MN (рис. 17, а) расположена в плоскости P , заданной

следами, поскольку две точки прямой M и N (горизонтальный и фронтальный ее следы) принадлежат плоскости, т. е. расположены на ее следах. Прямая l — 2 (рис. 17, б) принадлежит плоскости, заданной пересекающимися прямыми, поскольку имеет с ней две общие точки.

Точка принадлежит плоскости, если она расположена на прямой, принадлежащей данной плоскости. Для того