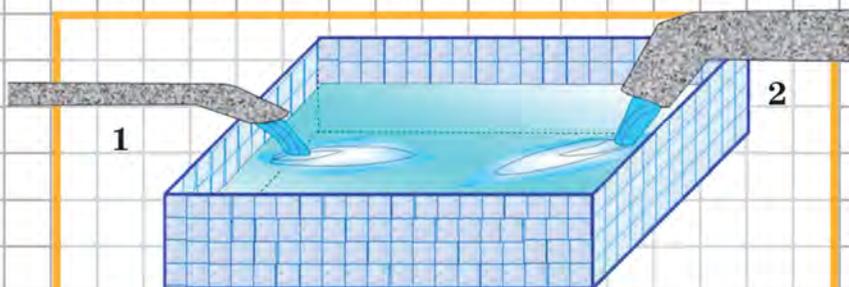


# СБОРНИК ЗАДАЧ ПО АЛГЕБРЕ

- Все разделы школьного курса
- Задания трёх уровней сложности
- Соответствие требованиям ФГОС



$t$  – время наполнения второй трубой;

$t - 8$  – время наполнения первой трубой;

$\frac{1}{t}$  – скорость наполнения второй трубой;

$\frac{1}{t - 8}$  – скорость наполнения первой трубой.

Составим и решим уравнение:

$$\frac{15}{2} \cdot \left( \frac{1}{t} + \frac{1}{t - 8} \right) = 1.$$

Ответ:  $t = 20$  ч.

8

КЛАСС

УДК 373.5  
ББК 22.14  
Р87



Издание допущено к использованию в образовательном процессе  
на основании приказа Министерства образования и науки РФ от 09.06.2016 № 699.

Рецензент – учитель математики ГБОУ лицей 1501 СП № 1388  
высшей квалификационной категории *Г.В. Миронова*.

**Рурукин А.Н.**

Р87 Сборник задач по алгебре. 8 класс / А.Н. Рурукин, Н.Н. Гусева,  
Е.А. Шуваева. – 2-е изд., эл. – 1 файл pdf : 82 с. – Москва : ВАКО, 2020. –  
Систем. требования: Adobe Reader XI либо Adobe Digital Editions 4.5 ;  
экран 10". – Текст : электронный.

ISBN 978-5-408-05260-8

Пособие составлено в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта и программы по математике для 8 класса общеобразовательной школы. Расположение задач соответствует структуре программы и учебнику под редакцией Ю.Н. Макарычева. Дополнительно включены задачи, соответствующие УМК под редакцией А.Г. Мордковича. Приведены задачи трех уровней сложности – от элементарных и базовых до задач повышенной сложности, конкурсных и олимпиадных. Ко всем задачам приведены ответы, к наиболее сложным даны методические указания.

Пособие предназначено для учащихся и преподавателей общеобразовательных школ для классной и домашней работы, проведения самостоятельных, контрольных и зачетных работ, подготовки к олимпиадам.

**УДК 373.5**  
**ББК 22.14**

**Электронное издание на основе печатного издания:** Сборник задач по алгебре. 8 класс / А.Н. Рурукин, Н.Н. Гусева, Е.А. Шуваева. – Москва : ВАКО, 2016. – 80 с. – ISBN 978-5-408-02694-4. – Текст : непосредственный.

В соответствии со ст. 1299 и 1301 ГК РФ при устранении ограничений, установленных техническими средствами защиты авторских прав, правообладатель вправе требовать от нарушителя возмещения убытков или выплаты компенсации.

ISBN 978-5-408-05260-8

© ООО «ВАКО», 2016

# I. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ДРОБИ

## 1. Рациональные дроби и их свойства

### Уровень А

1. Определите, при каких значениях переменной не имеет смысла дробь:

а)  $\frac{3a}{a-2}$ ;

д)  $\frac{2x^3+5}{(2x+3)(3x-8)}$ ;

б)  $\frac{a+1}{2a+7}$ ;

е)  $\frac{y^2-16}{(y+4)(2y-11)}$ ;

в)  $\frac{3b^2}{b^2-4}$ ;

ж)  $\frac{c^2-12}{(3c-5)(2c+9)}$ ;

г)  $\frac{d^2-9}{(d-3)(d+4)}$ ;

з)  $\frac{z^3-8}{z(z+3)}$ .

2. Найдите все значения переменной, при которых определено выражение:

а)  $x + \frac{2x-3}{x+1}$ ;

г)  $\frac{5x+1}{x(2x+3)} - \frac{7}{x(x-1)}$ ;

б)  $\frac{3x}{x-2} + \frac{6}{2-x}$ ;

д)  $\frac{17}{y} + \frac{25y-2}{y+3}$ ;

в)  $\frac{x^2-4}{12} - \frac{3x}{5}$ ;

е)  $\frac{y^2-9}{11} + \frac{2y^3+16}{15}$ .

3. Найдите все значения переменной, при которых значение дроби равно 0:

а)  $\frac{2x+8}{3x-5}$ ;

в)  $\frac{x(x+1)}{x^2-1}$ ;

д)  $\frac{x^3-3x^2}{x^2-9}$ ;

б)  $\frac{3x-6}{x^2-12}$ ;

г)  $\frac{x^2-5x}{x^2}$ ;

е)  $\frac{x^2+7x}{x^2-3x}$ .

4. Найдите значение дроби при заданных значениях переменных:

а)  $\frac{2x+3y}{x^2}$  при  $x=2, y=4$ ;

в)  $\frac{3x+2}{x^2-5x}$  при  $x=1$ ;

б)  $\frac{x^2-5}{2y+1}$  при  $x=4, y=2$ ;

г)  $\frac{x(y^2+1)}{x+y^2}$  при  $x=5, y=2$ .

5. Является ли заданное равенство тождеством при всех допустимых значениях переменных:

а)  $\frac{5a}{2a+3b} = \frac{5ac}{2ac+3bc}$ ;

в)  $\frac{7ab+3}{11cd+3} = \frac{7ab}{11cd}$ ;

б)  $\frac{2a^2+3b}{5a^2+3b} = \frac{2+3b}{5+3b}$ ;

г)  $\frac{7a^2+a}{a^3b+3ab^2} = \frac{7a+1}{a^2b+3b^2}$ ?

6. Сократите дробь:

а)  $\frac{15x^2y}{10x^3y^2}$ ;

в)  $\frac{36a^5c^2}{48a^4c^5}$ ;

д)  $\frac{-35a^5b^3}{49a^7b^2}$ ;

б)  $\frac{12ab^3}{84b^7}$ ;

г)  $\frac{27a^2x^3}{63ax^5}$ ;

е)  $\frac{28x^{11}y^9}{35x^7y^{15}}$ .

7. Сократите дробь и укажите, при каких значениях переменных это возможно:

а)  $\frac{2x^2 - 4xy}{6xy^2 - 3x^2y}$ ;

в)  $\frac{a^3 - 4a}{ab^2 + 2b^2}$ ;

б)  $\frac{(3x + 2)(y - 1)}{(2x - 5)(y^2 - 1)}$ ;

г)  $\frac{(a^2 - 9)(b + 7)}{(a - 3)(b^3 - 49b)}$ .

8. Представьте частное в виде дроби и сократите ее:

а)  $25a^2x^{11} : (45a^5x^7)$ ;

в)  $33b^4z^8 : (24b^2z^{17})$ ;

б)  $72y^{15}x^9z^7 : (162y^{17}x^{15})$ ;

г)  $54a^7b^{12}c^5 : (42a^3b^{15}c^3)$ .

9. Приведите заданные дроби к знаменателю  $36a^3x^5y^2$ :

а)  $\frac{5ax^2}{3x^3y^2}$ ;

б)  $\frac{7y^3}{12a^2x^3}$ ;

в)  $\frac{84x^{12}y^4}{14a^3x^{17}y^6}$ ;

г)  $\frac{32a^2xy^3}{72a^5x^4y^5}$ .

10. Приведите заданные пары алгебраических дробей к наименьшему общему знаменателю:

а)  $\frac{2x}{3ax^2y^3}$  и  $\frac{4ax^2}{20x^4y^5}$ ;

в)  $\frac{ay^2}{9x^3y^7}$  и  $\frac{2a^3x^2y}{36x^5y^6}$ ;

б)  $\frac{3ab^2}{5b^3c^5}$  и  $\frac{2ac^3}{45b^7c^9}$ ;

г)  $\frac{b^2c}{24b^3c^5}$  и  $\frac{3bc^2}{72b^4c^7}$ .

11. Определите наименьший общий знаменатель заданных дробей:

а)  $\frac{5}{12mn^2}$  и  $\frac{7m^2}{4m^5n}$ ;

в)  $\frac{3x^2 - 6x}{5x^2 - 20}$  и  $\frac{5x + 1}{40x^2 + 8x}$ ;

б)  $\frac{3mx}{14m^3x^5}$  и  $\frac{2x^5}{7mx^9}$ ;

г)  $\frac{2x^3 + 4x^2}{x^7 - 4x^5}$  и  $\frac{3x}{4x^2 - 8x}$ .

12. Сократите дробь:

а)  $\frac{(2a - 5)^2}{(a + 1)(5 - 2a)^3}$ ;

д)  $\frac{(3 - 3a)^2}{(9a^2 + 9)(a - 1)^3}$ ;

б)  $\frac{a^2 - 6a + 9}{(a - 3)^2(a + 2)}$ ;

е)  $\frac{b^2 - 36}{4b + 24}$ ;

в)  $\frac{(b + 3)^4}{(b^2 - 9)(b^2 + 6b + 9)}$ ;

ж)  $\frac{2ac^2 - 4ac}{(6 - 3c)^2 \cdot 4a^2}$ ;

г)  $\frac{3a^2 - 30a + 75}{(9a - 45)(25 - a^2)}$ ;

з)  $\frac{-15b^3d + 45b^2d}{(3b - 9)^3 \cdot 5d^2}$ .

13. Постройте график функции:

а) $y = \frac{4 - x^2}{x + 2}$ ;	д) $y = \frac{x^3 - x^2}{x^2}$ ;	и) $y = \frac{x^2 - 1}{ x  - 1}$ ;
б) $y = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ ;	е) $y = \frac{x^3 + x^2}{x^2}$ ;	к) $y = \frac{x^2 - 1}{ x  + 1}$ ;
в) $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}$ ;	ж) $y = \frac{x^3 + x}{x}$ ;	л) $y = \frac{4 - x^2}{ x  + 2}$ ;
г) $y = \frac{x^2 + 4x + 4}{x + 2}$ ;	з) $y = \frac{x - x^3}{x}$ ;	м) $y = \frac{9 - x^2}{ x  - 3}$ .

### Уровень В

14. Определите, при каких значениях переменной не имеет смысла дробь:

а) $\frac{2x + 3}{2 x  - 5}$ ;	г) $\frac{a^2 - 5}{2 - 3a + a(6a - 4)}$ ;
б) $\frac{x^2 - 4}{ x + 2  \cdot (x^2 - 9)}$ ;	д) $\frac{3y^2 + y}{y(y + 2) - 3y - 6}$ ;
в) $\frac{2x^3 - 5}{( x  - 1)^2 (2x + 7)}$ ;	е) $\frac{x^2 + 7x}{x^2 +  x }$ .

15. Найдите все значения переменной, при которых значение дроби равно 0:

а) $\frac{( x  - 2)(x + 3)}{x^2 - 9}$ ;	г) $\frac{( x + 2  - 3)(x - 5)}{2 - \frac{15}{x + 5}}$ ;
б) $\frac{x^2 -  x }{2x + 2 - 3x(x + 1)}$ ;	д) $\frac{(x^2 - 2x)(x + 3)}{1 - \frac{2}{x}}$ ;
в) $\frac{x(3x + 6) - 5(x + 2)}{x^2 - 4}$ ;	е) $\frac{(x^2 - 9)(x + 1)}{\frac{4}{3 - x} - 1}$ .

16. Сократите дробь:

а) $\frac{4a^2b + 2ab + b}{8a^3b^3 - b^3}$ ;	в) $\frac{a^3 - 8a^2 + 20a - 16}{a^3 - 6a^2 + 12a - 8}$ ;
б) $\frac{2c^3d^2 + 54d^2}{6d^3(c^2 - 3c + 9)}$ ;	г) $\frac{1 - 3a + 3a^2 - a^3}{a^3 - 4a^2 + 5a - 2}$ .

17. Найдите значение выражения:

а) $\frac{2^{12} \cdot 3^{15}}{9^7 \cdot 4^7}$ ;	в) $\frac{36^7 \cdot 49^8}{7^{16} \cdot 81^4 \cdot 2^{13}}$ ;
б) $\frac{12^{17} \cdot 5^{12}}{25^6 \cdot 9^9 \cdot 8^{11}}$ ;	г) $\frac{(1 + 2 \cdot 27 + 27^2)^3 \cdot 3^{12}}{49^3 \cdot 36^6 \cdot 17}$ .

18. Найдите значение дроби при заданных значениях переменных:

а)  $\frac{(9a^2 - 4b^2)(9ab - 6b^2)}{(6a + 4b)(9a^3 - 12a^2b + 4ab^2)}$  при  $a = \frac{1}{4}$ ;  $b = \frac{1}{3}$ ;

б)  $\frac{6x^2 + 10x - (3y - 2)(3x + 5)}{3y - 6y^2 + (2x + 2)(2y - 1)}$  при  $x = \frac{2}{3}$ ;  $y = \frac{5}{2}$ .

19. Найдите значение выражения:

а)  $\frac{3a + 15b}{0,2a^2 - 5b^2}$ , если  $a - 5b = 0,4$ ;

б)  $\frac{7a - 14b}{0,125a^2 - 0,5b^2}$ , если  $a + 2b = 14$ ;

в)  $\frac{2x^3 - 6x + 3y(x^2 - 3)}{4x^2y - 12y}$ , если  $\frac{x}{y} = 0,5$ ;

г)  $\frac{3x(2y^2 + 5) - 2y^3 - 5y}{4xy^2 + 10x}$ , если  $\frac{x}{y} = \frac{1}{7}$ .

20. Докажите, что заданная функция является линейной:

а)  $y = \frac{3x^3 + 4x - 15x^2 - 20}{3x^2 + 4}$ ;

б)  $y = \frac{x^3 + 14x + 2x^2 + 28}{1,5x^2 + 21}$ .

21. Сократите дробь ( $n \in N$ ):

а)  $\frac{(3^{n+1} + 3^{n-1})^2}{100 \cdot 3^{2n}}$ ;

б)  $\frac{(2^{n+2} + 2^{n-1})^2}{81 \cdot 2^{2n}}$ .

22. Докажите, что если  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ , то:

а)  $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{c}$ ;

б)  $\frac{2a^2 + ab^2 + 3b^2}{2b^2 + b^2c + 3c^2} = \frac{a}{c}$ .

### Уровень С

23. Сократите дробь:

а)  $\frac{a^4 + 4}{a^3 - 2a^2 + 2a}$ ;

в)  $\frac{x^{14} + x^{13} + \dots + x + 1}{x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x}$ ;

б)  $\frac{b^4 + b^2 + 1}{2b^3 + 2b^2 + 2b}$ ;

г)  $\frac{x^{2013} + x^{2012} + \dots + x^{2008}}{x^{2014} + x^{2012} + x^{2010}}$ .

24. Докажите, что значение дроби не зависит от  $n$  ( $n \in N$ ):

а)  $\frac{5 \cdot 81^n - 10 \cdot 27^n}{3^{3n}(2 - 3^n)}$ ;

б)  $\frac{2(7^n - 5^n)(49^n - 25^n)}{3(7^n + 5^n)(7^{2n} - 2 \cdot 35^n + 5^{2n})}$ .

25. Найдите значение выражения при заданном условии:

а)  $\frac{x^2 + 3xy + 2y^2}{5x^2 - y^2}$ , если  $\frac{x + 2y}{y} = 5$ ;

б)  $\frac{2x^2 + 3y^2}{3x^2 + 2xy - 5y^2}$ , если  $\frac{2x + 3y}{y} = 9$ .

26. Постройте график функции:

а)  $y = \frac{x^2 - 25}{x + 5} - \frac{4x^2 - 12x + 9}{2x - 3}$ ;

б)  $y = \frac{2x^2 - 32}{x + 4} - \frac{x^2 - 14x + 49}{x - 7}$ .

27. Число  $\frac{100!}{6^{100}}$  записали в виде несократимой дроби. Найдите ее знаменатель ( $100! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 100$ ).

28. Число  $\frac{300!}{15^{300}}$  записали в виде несократимой дроби. На какое число сократили дробь?

29. Найдите такие значения  $a$  и  $b$ , при которых для всех допустимых значений  $x$  будет тождественно верным равенство:

а)  $\frac{ax^2 + 2x + b}{x + 2} = 3x - 4$ ;

б)  $\frac{ax^2 - x + b}{x - 3} = 2x + 5$ .

30. Докажите, что если в дроби  $\frac{2x^3 - 3y^3}{3x^3 + 2x^2y - 4xy^2}$  переменные  $x$  и  $y$  заменить соответственно на  $kx$  и  $ky$ , то получится дробь, тождественно равная данной ( $k \neq 0$ ). Используя доказанное тождество, найдите значение дроби при:

а)  $x = \frac{3}{119}$ ;  $y = \frac{2}{119}$ ;

б)  $x = 126$ ;  $y = 87$ .

## 2. Сумма и разность дробей

### Уровень А

31. Выполните действия:

а)  $\frac{a}{7} + \frac{2b}{7}$ ;

ж)  $\frac{a+1}{2b} + \frac{3a}{2b}$ ;

б)  $\frac{y+3}{5} + \frac{2y}{5}$ ;

з)  $\frac{x}{y+3} + \frac{2x}{y+3}$ ;

в)  $\frac{x+2a}{9} - \frac{3x-a}{9}$ ;

и)  $\frac{b-2}{c-5} + \frac{b+3}{c-5}$ ;

г)  $\frac{c+d}{3} - \frac{2c-3d}{3}$ ;

к)  $\frac{3x+2}{y-2} - \frac{2x+3}{y-2}$ ;

д)  $\frac{3a}{5} - \frac{2b+1}{5}$ ;

л)  $\frac{2a-5}{3x+1} - \frac{4-a}{3x+1}$ ;

е)  $\frac{a}{2} + \frac{3-2a}{2}$ ;

м)  $\frac{7x}{2y-3} - \frac{2x+1}{2y-3}$ .

32. Представьте в виде дроби:

а)  $\frac{3x-a}{6} + \frac{a}{6}$ ;

г)  $\frac{7xy^2 - 5z}{12x^3} + \frac{5z - 3xy^2}{12x^3}$ ;

б)  $\frac{2x+3a}{14} - \frac{3a}{14}$ ;

д)  $\frac{5xy+3y}{15x^2} + \frac{2y}{15x^2}$ ;

в)  $\frac{3y^2+2b}{5y} - \frac{2b}{5y}$ ;

е)  $\frac{9a^2b-5ab}{6ab-12} - \frac{4ab}{6ab-12}$ .

# Содержание

Предисловие .....	3
<b>I. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ДРОБИ .....</b>	<b>4</b>
1. Рациональные дроби и их свойства .....	4
2. Сумма и разность дробей .....	8
3. Произведение и частное дробей .....	15
<b>II. КВАДРАТНЫЕ КОРНИ .....</b>	<b>22</b>
4. Действительные числа .....	22
5. Арифметический квадратный корень .....	25
6. Свойства арифметического квадратного корня .....	29
7. Применение свойств арифметического квадратного корня .....	32
<b>III. КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ .....</b>	<b>37</b>
8. Квадратное уравнение и его корни .....	37
9. Дробные рациональные уравнения .....	43
<b>IV. НЕРАВЕНСТВА .....</b>	<b>47</b>
10. Числовые неравенства и их свойства .....	47
11. Неравенства с одной переменной и их системы .....	52
<b>V. СТЕПЕНЬ С ЦЕЛЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ. ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИСТИКИ .....</b>	<b>58</b>
12. Степень с целым показателем и ее свойства .....	58
13. Элементы статистики .....	64
<b>ОТВЕТЫ .....</b>	<b>70</b>