И. А. Шилин, канд. физ.-мат. наук, доцент Московского государственного гуманитарного университета им. М. А. Шолохова

В. В. Китюков, студент Московского авиационного института

А. А. Александров, аспирант Московского государственного гуманитарного университета им. М. А. Шолохова

Вычисление групп гомоморфизмов и проверка гомоморфной устойчивости пар конечных групп

При решении ряда научных задач, относящихся к достаточно узким разделам высшей математики, приобретает особую актуальность разработка специализированного программного инструментария силами самого исследователя. Это тем более оправдано в тех случаях, когда аналитическое решение задачи неизвестно, а рассмотрение частных случаев предполагает перебор большого количества комбинаций данных.

Введение

Современные вычислительные пакеты Maple, Mathematica, DERIVE, MathCAD и др. широко используются как в научных, так и в образовательных целях. Однако основная сфера их применения относится к области математического анализа, теории дифференциальных уравнений, некоторым разделам линейной алгебры и разделам математики, смежным с указанными. Напротив, в более абстрактных разделах, таких, например, как общая алгебра или топология, популярные вычислительные пакеты не предоставляют исследователю достаточно широкого инструментального диапазона. Так, для такого важного раздела общей алгебры, как теория групп, в настоящее время существует несколько мощных пакетов: GAP, Magma, SAGE, CAYLEY, FGB. В них имеются специальные встроенные функции, с помощью которых можно исследовать конкретную группу, но все группы задаются в терминах подстановок. Такой

подход наряду с плюсами имеет и ряд минусов, о которых рассказывается в статье [6]. Очень часто исследователь, даже при работе с группами относительно малого порядка, вынужден применять свои способности программиста для построения оптимального алгоритма решения задачи: например, в [5] описывается интересный подход к задаче о вычислении нормализаторов подгрупп конечных групп с использованием пакета GAP.

В настоящей статье описаны полученные авторами с помощью компьютерного моделирования результаты решения задачи о строении групп гомоморфизмов и гомоморфной устойчивости пар конечных групп порядка не выше 12. Вместо указанных выше пакетов авторы использовали собственную несложную программу, написанную на языке Турбо Паскаль. Такой подход позволил оперировать группами в терминах их порождающих элементов и определяющих отношений, не переходя на язык подстановок.

Программа устроена таким образом, что достаточно ввести название соответствующей группы, после чего она считывает из специальной папки в памяти ком-

¹ Работа выполнена в рамках Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг.